Behaviorálna ekonómia

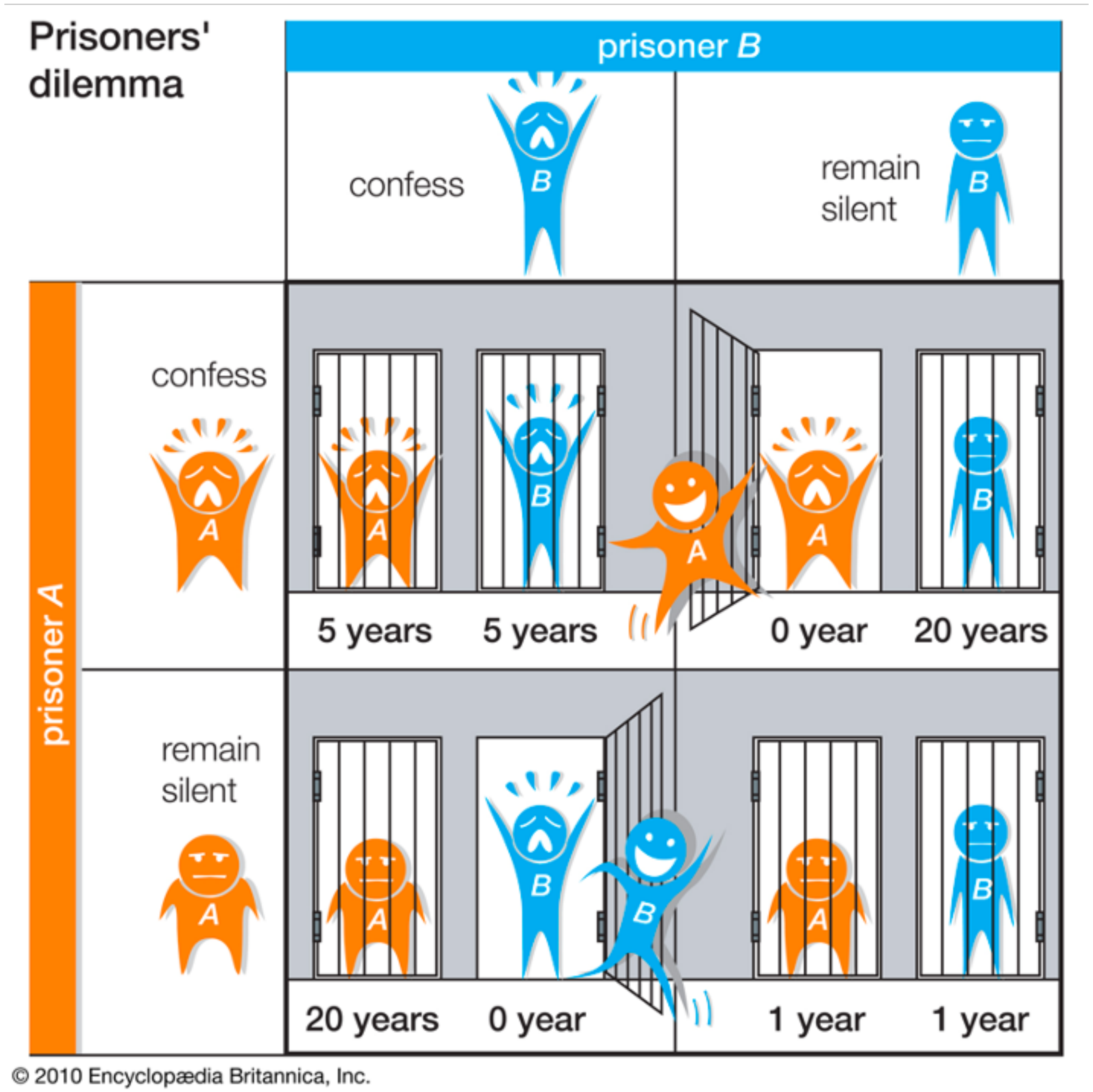
Prednáška 7 - **Analytická teória hier**

Matej Lorko
matej.lorko@euba.sk
Materiály: www.lorko.sk

Referencie:

- Camerer, C. F. (2011). Behavioral game theory: Experiments in strategic interaction. Princeton University Press.

Riešenie väzňovej dilemy



- Mlčanie je vždy horšia voľba ako priznanie, bez ohľadu na to, čo urobí druhý hráč. Preto ide o dominovanú stratégiu.
- Platí to aj naopak - priznať sa je za každých okolností lepšie ako mlčať, preto je to dominantná stratégia.
- V rovnováhe sa preto obaja väzni priznajú.

Dominancia

- Stratégia A silno dominuje stratégii B, ak je odmena za výber A vyššia ako odmena za výber B, bez ohľadu na to, ako sa rozhodnú ostatní hráči.

- Stratégia A slabo dominuje stratégii B, ak je odmena za výber A vyššia alebo aspoň rovnaká ako odmena za výber B, bez ohľadu na to, ako sa rozhodnú ostatní hráči.

- Existujú v tejto hre nejaké dominované a/alebo dominantné stratégie?

		Player 2	
		L	*R*
Player 1	*U*	2, 3	5, 0
	D	1, 0	4, 3

Dominancia

- Stratégia D je pre hráča 1 dominovaná stratégiou U.
  - Racionálny hráč 1 by nikdy nehral D.
- Existuje dominovaná stratégia pre hráča 2?
  - Nie.
  - Stratégia L je lepšia ako R, ak hráč 1 zvolí U.
  - Stratégia R je lepšia ako L, ak hráč 1 zvolí D.
  - L a R sú nedominované stratégie hráča 2.

		Player 2	
		L	*R*
Player 1	***U***	**2**, 3	**5**, 0
	D	1, 0	4, 3

Riešenie dominantnej stratégie

- Existujú nejaké dominantné stratégie pre hráča 1?
- Existujú nejaké striktne dominantné stratégie pre hráča 1?
- Existujú nejaké dominantné stratégie pre hráča 2?
- Existujú nejaké striktne dominantné stratégie pre hráča 2?

		Player 2	
		L	*R*
Player 1	*U*	7, 3	5, 3
	D	7, 0	3, -1

Riešenie dominantnej stratégie

- Ak má každý hráč dominantnú stratégiu, hra má dominantné strategické riešenie.
- V tomto príklade je (U, L) dominantným strategickým riešením.

		Player 2	
		L	*R*
Player 1	*U*	7, 4	5, 3
	D	7, 0	3, -1

Iterovaná eliminácia striktne dominovaných stratégií

- Ak je nejaká stratégia dominovaná, môžeme ju odstrániť
- Tým sa zmenší veľkosť a zložitosť hry
- Následne môžeme odstrániť všetky dominované stratégie z redukovanej hry a pokračovať v tomto postupe

		Player 2	
		L	*R*
Player 1	*U*	1, 1	0, 1
	M	0, 2	1, 0
	D	0, -1	0, 0

Iterovaná eliminácia striktne dominovaných stratégií

		Player 2	
		L	*R*
Player 1	*U*	1, 1	0, 1
	M	0, 2	1, 0
	D	0, -1	0, 0

		Player 2		
		L	*C*	*R*
Player 1	*U*	8, 3	0, 4	4, 4
	M	4, 2	1, 5	5, 3
	D	3, 7	0, 1	2, 0

Experiment: Guessing game

- V tejto hre nie je povolená komunikácia.
- Každý študent si vyberie číslo medzi 0 a 100 (vrátane).
- Po zozbieraní všetkých čísel sa vypočíta ich priemer.
- Vyhrá ten, koho číslo bude najbližšie k 1/3 tohto priemeru.

Guessing game

- Guessing game = súťaž krásy

- Keynes opísal akcie racionálnych aktérov na trhu pomocou analógie založenej na súťaži krásy. Účastníci sú požiadaní, aby si vybrali z fotografií niekoľko tvárí, ktoré považujú za „najkrajšie“. Tí, ktorí si vyberú najobľúbenejšiu tvár, majú nárok na cenu.

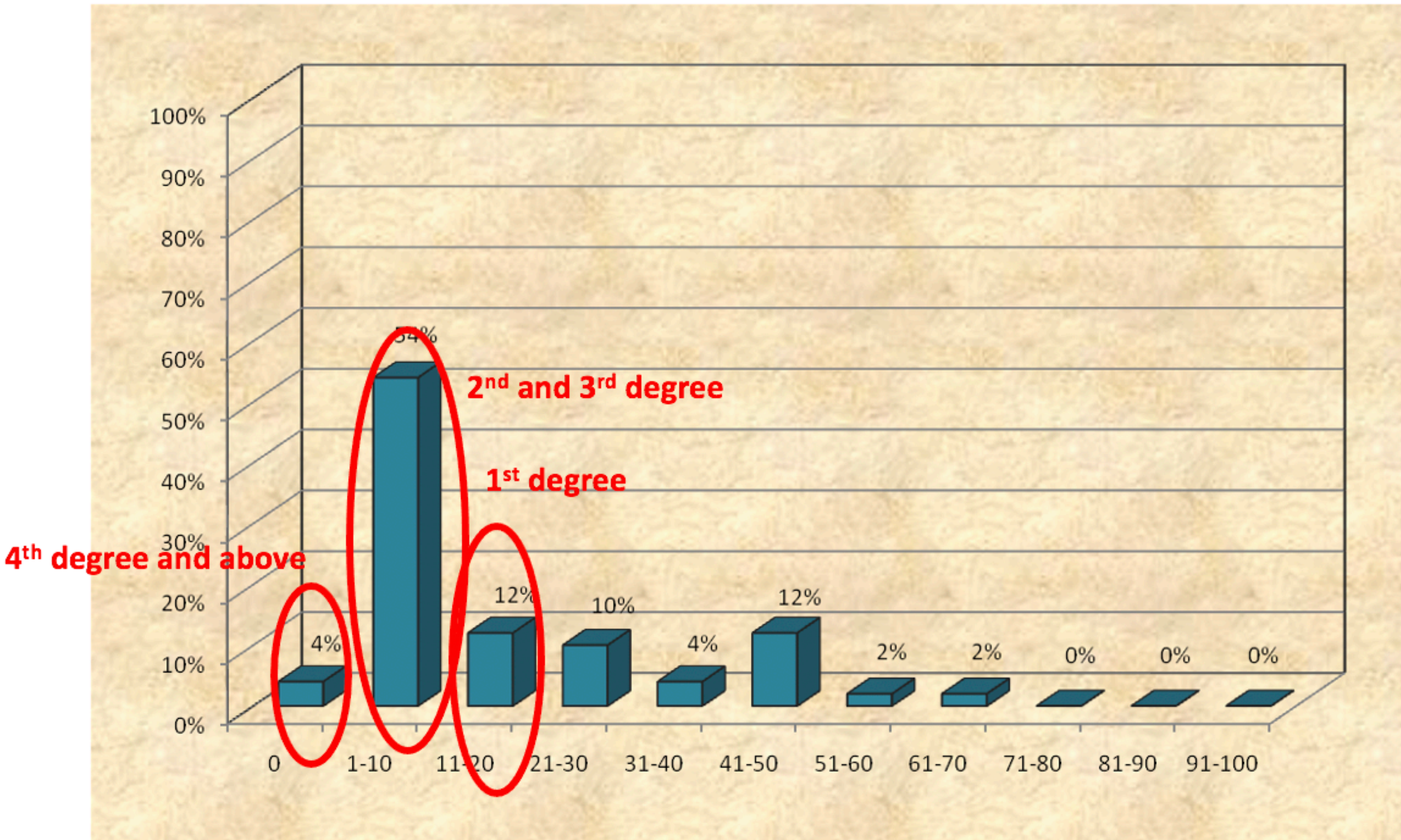
- Keynes (Všeobecná teória zamestnanosti, úroku a peňazí, 1936, s. 156): „Nie je to o výbere tvárí, ktoré sú podľa vlastného úsudku skutočne najkrajšie ani tých, ktoré sú najkrajšie pre priemerného hráča. Ide o tretí stupeň stratégie, kedy predvídame, aký priemerný názor očakáva priemerný hráč. A verím, že existujú aj hráči, ktorí praktizujú štvrtý, piaty a vyšší stupeň.“

- Keynes naznačil, že podobné správanie možno pozorovať aj na akciovom trhu. Akcie nie sú oceňované na základe toho, čo si ľudia myslia, že je ich fundamentálna hodnota, ale skôr na základe toho, čo si myslia, že si myslia ostatní atď.

Guessing Game

- Guessing game sa dá použiť na rozlíšenie, či ľudia naozaj riešia 4., 5. a vyšší stupeň uvažovania, ako predpokladal Keynes.
- 1. stupeň: priemer = 50; cieľ = 50 * 1/3 = 17
- 2. stupeň: priemer = 17; cieľ = 17 * 1/3 = 6
- 3. stupeň: priemer = 6; cieľ = 6 * 1/3 = 2
- 4. stupeň: priemer = 2; cieľ = 2 * 1/3 = 0,67
- 5.…
- V analytickej teórii hier hráči neprestanú s týmto iterovaným uvažovaním, kým nedosiahnu bod (Nashovej) rovnováhy = 0

Guessing Game



Guessing game

- Hra poukazuje na limitované strategické myslenie a rôzne stupne sofistikovanosti

- Väčšina ľudí – stupeň 1 alebo 2

- Aj keď poznáte Nashovu rovnováhu, zvyčajne ju nechcete hrať

- Podobne ako bubliny na akciovom trhu – každý si myslí, že je o krok vpred a pokračuje v hre/prispôsobovaní

- Nashovu rovnováhu možno dosiahnuť po niekoľkých kolách – (konvergencia)

Riešenia na báze Nashovej rovnováhy

		Player 2		
		L	C	R
	T	0 , 4	4 , 0	5 , 3
Player 1	M	4 , 0	0 , 4	5 , 3
	B	3 , 5	3 , 5	6 , 6

- Kombinácia stratégií (B, R) má nasledujúce vlastnosti:
  - Hráč 1 NEMÔŽE urobiť lepšie výberom stratégie odlišnej od B, za predpokladu že hráč 2 si vyberie R.
  - Hráč 2 NEMÔŽE urobiť lepšie výberom stratégie odlišnej od R, za predpokladu že hráč 1 si vyberie B.

Nashova rovnováha

- Nashova rovnováha: Súbor stratégií (jedna pre každého hráča) pre ktorý platí, že stratégia každého hráča je pre neho najlepšia, za predpokoladu že všetci ostatní hráči hrajú svoje zodpovedajúce najlepšie stratégie

- Stabilná situácia, z ktorej by sa žiadny hráč nechcel odchýliť, ak by sa jej ostatní držali

- V hre pre 2 hráčov je (s1, s2) Nashovou rovnováhou vtedy a len vtedy, ak stratégia hráča 1 s1 je jeho najlepšou reakciou na stratégiu hráča 2 s2 a stratégia hráča 2 s2 je jeho najlepšou reakciou na stratégiu s1 hráča 1.

-

		Prisoner 2	
		Quiet	Fink
Prisoner 1	Quiet	-1 , -1	-25, 0
	Fink	0 ,-25	-20,-20

Nájdenie rovnováhy

		Player 2		
		L'	C'	R'
	T'	0 , 4	4 , 0	3 , 3
Player 1	M'	4 , 0	0 , 4	3 , 3
	B'	3 , 3	3 , 3	3.5 , 3.6

- Ak hráč 2 zvolí L', potom najlepšia stratégia hráča 1 je...
- Ak hráč 2 zvolí C, potom najlepšia stratégia hráča 1 je...
- Ak hráč 2 zvolí R', potom najlepšia stratégia hráča 1 je...
- Ak hráč 1 zvolí T, potom najlepšia stratégia hráča 2 je...
- Ak hráč 1 zvolí M‘, potom najlepšia stratégia hráča 2 je...
- Ak hráč 1 zvolí B, potom najlepšia stratégia hráča 2 je...

Nájdenie rovnováhy

		Player 2		
		L'	C'	R'
Player 1	T'	0 , 4	4 , 0	3 , 3
	M'	4 , 0	0 , 4	3 , 3
	B'	3 , 3	3 , 3	3.5 , 3.6

- Najlepšia reakcia: najlepšia stratégia, ktorú môže hráč hrať, vzhľadom na stratégie zvolené všetkými ostatnými hráčmi
- Nashova rovnováha je (B', R')

Matching coins

- Aká je najlepšia reakcia hráča 2 na stratégiu H hráča 1?
- Aká je najlepšia reakcia hráča 2 na stratégiu T hráča 1?
- Aká je najlepšia reakcia hráča 1 na stratégiu H hráča 2?
- Aká je najlepšia reakcia hráča 1 na stratégiu T hráča 2?

		Player 2	
		H	*T*
Player 1	*H*	1, -1	-1, 1
	T	-1, 1	1, -1

Matching coins

- Neexistujú žiadne kombinácie najlepších reakcií, ktoré by sa "stretli"

- Preto neexistuje Nashova rovnováha v čistých stratégiách. V zmiešaných stratégiách však rovnováha existuje.

		Player 2: Head	Player 2: Tail
Player 1	Head	-1 , 1★	★1 , -1
	Tail	★1 , -1	-1 , 1★

Battle of genders

- Aká je Steveova najlepšia reakcia na Rebeccinu stratégiu Opera?
- Aká je Steveova najlepšia reakcia na Rebeccinu stratégiu Lakers?
- Aká je najlepšia reakcia Rebeccy na Stevovu stratégiu Opera?
- Aká je najlepšia reakcia Rebeccy na Steveovu stratégiu Lakers?

		Steve	
		Opera	Lakers
Rebecca	Opera	2 , 1	0 , 0
	Lakers	0 , 0	1 , 2

- Existujú dve Nashove rovnováhy
- (Opera, Opera) je Nashova rovnováha
- (Lakers, Lakers) je Nashova rovnováha

Nashova rovnováha

- Nashova rovnováha vzniká, ak hráči volia vzájomne najlepšie stratégie, t.j. každý hráč si vyberie stratégiu, ktorá maximalizuje jeho užitočnosť vzhľadom na stratégie, ktoré hrajú súperi.

- Inými slovami, v Nashovej rovnováhe žiadny hráč nemá motiváciu zvoliť si inú stratégiu ako tú, ktorú práve hrá.

- Každá hra s konečným počtom hráčov a stratégií má rovnováhu aspoň v zmiešaných stratégiách.

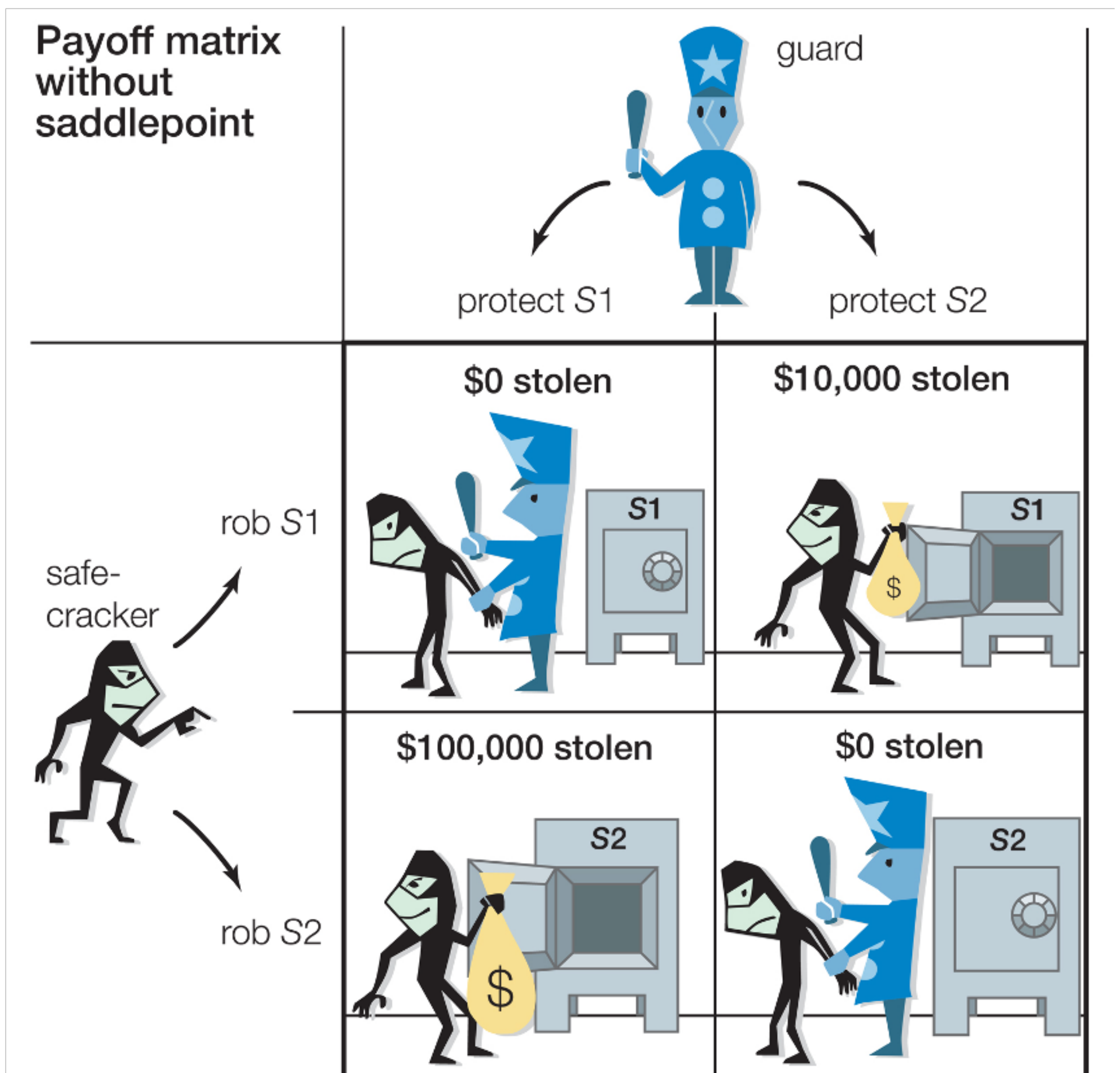
- Zmiešaná stratégia je rozdelenie pravdepodobnosti medzi čisté stratégie.

- Nashova rovnováha zmiešanej stratégie vyžaduje, aby zmiešané stratégie boli vzájomne najlepšími reakciami.

Zmiešané stratégie

- Aby sme mohli predpovedať výsledky hier bez (čistých) Nashových rovnováh alebo s viacnásobnými rovnováhami, potrebujeme rozšírenie konceptov stratégií a rovnováh.
- Randomizácia ťahov a zmiešané stratégie
  - Potreba náhodných ťahov v hre zvyčajne vzniká, keď jeden hráč uprednostňuje zhodu akcií, zatiaľ čo jeho súper sa jej radšej vyhýba.
  - Každý hráč by chcel prekabátiť toho druhého.
  - Príklady: daňové priznania a audit, tenisové podania, futbalové pokutové kopy…
  - Vo všetkých týchto hrách chcú hráči využiť prvok prekvapenia. Chcú byť nepredvídateľní. Schopnosť byť nepredvídateľný si vyžaduje pochopenie a nájdenie rovnováhy v zmiešaných stratégiách. Zmiešané stratégie nie sú intuitívne.

Zmiešané stratégie



- Ak strážnik chráni S1 s pravdepodobnosťou 1/11 a S2 s pravdepodobnosťou 10/11, stratí v priemere maximálne 9 091 $ bez ohľadu na to, čo urobí zlodej.
- Použitím rovnakej argumentácie je možné ukázať, že ak sa pokúsi zlodej kradnúť z S1 s pravdepodobnosťou 10/11 a z S2 s pravdepodobnosťou 1/11, ukradne v priemere aspoň 9 091 $.
- Zlodej ani strážnik nič nepokazia, ak verejne oznámia pravdepodobnosť, s ktorou si náhodne vyberú príslušné stratégie.
- Na druhej strane, ak sa stanú predvídateľnými tým, že prejavia vo svojich rozhodnutiach akýkoľvek vzor, druhý hráč môže tieto informácie využiť.

Zmiešané stratégie

- Hráči chcú byť „nepredvídateľní“ (napríklad tenista nechce byť predvídateľný v tom, či podáva loptičku vľavo alebo vpravo). Byť nepredvídateľný si vyžaduje hrať zmiešanú stratégiu. V akejkoľvek rovnovážnej zmiešanej stratégii si hráči vyberú také rozdelenia pravdepodobnosti, že ich súper bude indiferentný pri výbere jeho čistých stratégií.

- V správaní však existujú najmenej tri problémy.

    - Po prvé, v rovnováhe musia hráči presne uhádnuť pravdepodobnosti, s ktorými budú súperi hrať svoje zmiešané stratégie.

    - Po druhé, hráči by si mali naozaj náhodne vybrať. Z psychologických výskumov je však dobre známe, že ľudia nie sú veľmi dobrí v tvorbe náhodných sekvencií.

    - Po tretie, je ťažké sa učiť, pretože v rovnováhe sú ľudia medzi svojimi voľbami indiferentní.

- Miera, do akej ľudia prejavujú správanie, ktoré je v súlade s predpoveďou zmiešanej rovnováhy, je zaujímavou empirickou otázkou.

- Experimentmi sme zistili, že pozorované frekvencie sú blízke teoretickým frekvenciám. Tieto výsledky sú celkom prekvapivé a sú dobrou správou pre predikciu zmiešanej rovnováhy, keďže existujú dobré psychologické dôvody na to aby sme predpokladali, že tento koncept je z hľadiska rozhodovania pomerne náročný.

Hádžu si futbalisti mincou?

- Pokutové kopy
    - Stratégie strelca: {L,M,R}
    - Stratégie brankára: {L,M,R}
- Simultánna hra (125 mph, reakčný čas 0,2 sekundy)
- Aká je Nashova rovnováha?
- Čo robia hráči v skutočnosti?

Penalty Kicks

Chiappori, Levitt, and Groseclose (2002)

- 459 kicks in French and Italian first leagues
- 162 kickers, 88 goalies

TABLE 3—OBSERVED MATRIX OF SHOTS TAKEN

	Kicker			
Goalie	Left	Middle	Right	Total
Left	117	48	95	260
Middle	4	3	4	11
Right	85	28	75	188
Total	206	79	174	459

Notes: The sample includes all French first-league penalty kicks from 1997–1999 and all Italian first-league kicks (1997–2000). For shots involving left-footed kickers, the directions have been reversed so that shooting left corresponds to the "natural" side for all kickers.

Hawk vs. Dove
(Jastrab vs. Holubica)

- Hra popisuje dvoch chlapcov, ktorí idú na bicykloch po úzkej ceste v opačných smeroch.
- Nikto z nich nechce uhnúť
  - ten, ktorý uhne, stratí svoju hrdosť, kým ten tvrdý vyhrá.
  - ak však ani jeden z nich neuhne, skončia v nemocnici
  - ak uhnú obaja, ich reputácia (hrdosť) je poškodená iba mierne
- Touto hrou sa dá pekne analyzovať napr. správanie vo vojenských konfliktoch, ale aj “nekonfliktoch” (napr. studená vojna).

		Player 2	
		Tough	Chicken
Player 1	Tough	-10,-10	1,-1
	Chicken	-1,1	0,0

Hawk vs. Dove (Jastrab vs. Holubica)

- Jastrab-holubica je evolučný model teórie hier vyvinutý Johnom Maynardom Smithom (1982). Poukazuje na základný konflikt medzi prosociálnym (altruizmus a spolupráca) a antisociálnym správaním (sebectvo).

- Model popisuje súperenie dvoch zásadne odlišných stratégií správania, jastrabov (sebectvo) a holubíc (prosociálnosť), keď súperia o spoločne zdieľané zdroje. Táto súťaž odhaľuje evolučný paradox prosociálneho správania - teda že ak je prirodzená selekcia založená na konkurencii, potom by sa prosociálne vlastnosti vôbec nemali vyvíjať.

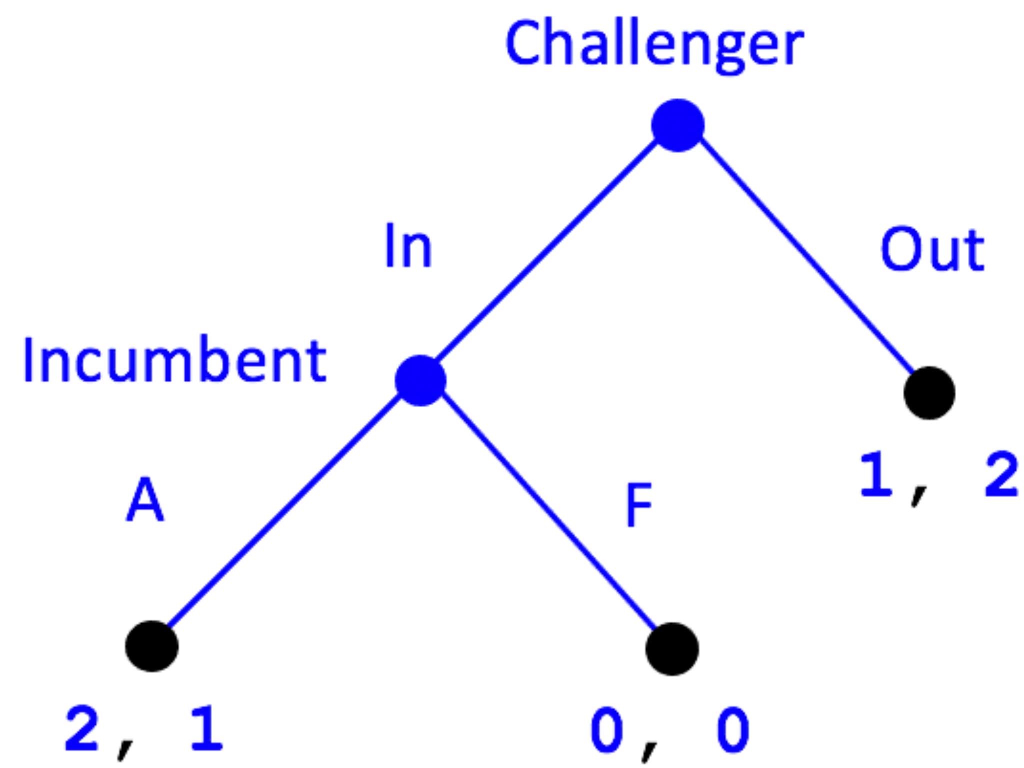
- Model jastraba a holubice poskytuje zjednodušený rámec na skúmanie podmienok, ktoré podporujú vývoj prosociálneho správania. Jastraby zvyčajne porazia holubice v rámci skupiny, ale skupina holubíc porazí skupinu jastrabov. Aby sa jednotlivé typy vyvinuli, musí sa v ich prospech nakloniť rovnováha v rámci ale aj mimo skupiny.

- “Musíš vedieť kedy sa máš skrčiť a kedy narovnať”.

21

Sekvenčné (dynamické) hry: Market Entry

- Monopolista čelí možnosti vstupu na trh zo strany vyzývateľa.
- Vyzývateľ sa môže rozhodnúť vstúpiť alebo zostať mimo.
- Ak vyzývateľ na trh vystúpi, dovtedajší monopolista si môže vybrať, či sa prispôsobí alebo bude bojovať.
- Výplaty sú všeobecne známe.
- Prvé číslo je výplata vyzývateľa. Druhé číslo je výplata monopolistu.



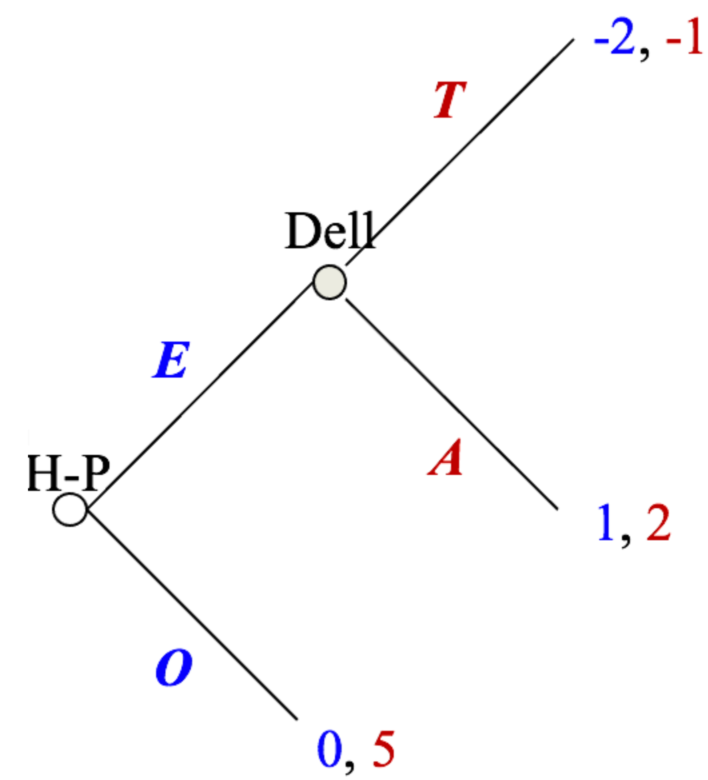
Sekvenčné (dynamické) hry: Market Entry

- Predpokladajme, že H-P (vyzývateľ) premýšľa o tom, či vstúpiť alebo nevstúpiť na nový trh, na ktorom dominuje jeho rival Dell.

- Ziskovosť oboch firiem závisí od toho, ako Dell zareaguje na príchod H-P na trh.

- 1. Dell pripraví veľkú reklamnú kampaň, aby si zabezpečil svoj podiel na trhu (hrá „tvrdo“). Obe firmy prichádzajú o peniaze.

- 2. Dell nerobí taký tvrdý protiútok.



Sekvenčné (dynamické) hry: Market Entry

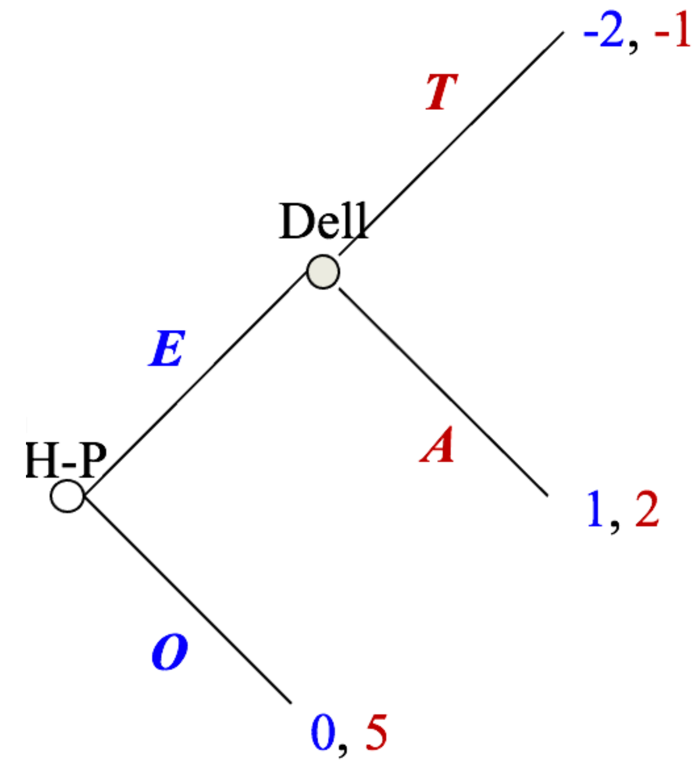
- Ktorá z Nashových rovnováh je dáva zmysel? (O, T)
- Je pre H-P stratégia O najlepšou reakciou na stratégiu T Dell? Áno.
- Je však stratégia T Dellu dôveryhodnou hrozbou pre H-P? Nie.
- Vstupom na trh H-P vie, že Dell nebude hrať tvrdo.
- H-P teda nemusí považovať možnosť reakcie T od Dellu za dôveryhodnú.
- (E, A): jediná Nashova rovnováha, ktorá "dáva zmysel".

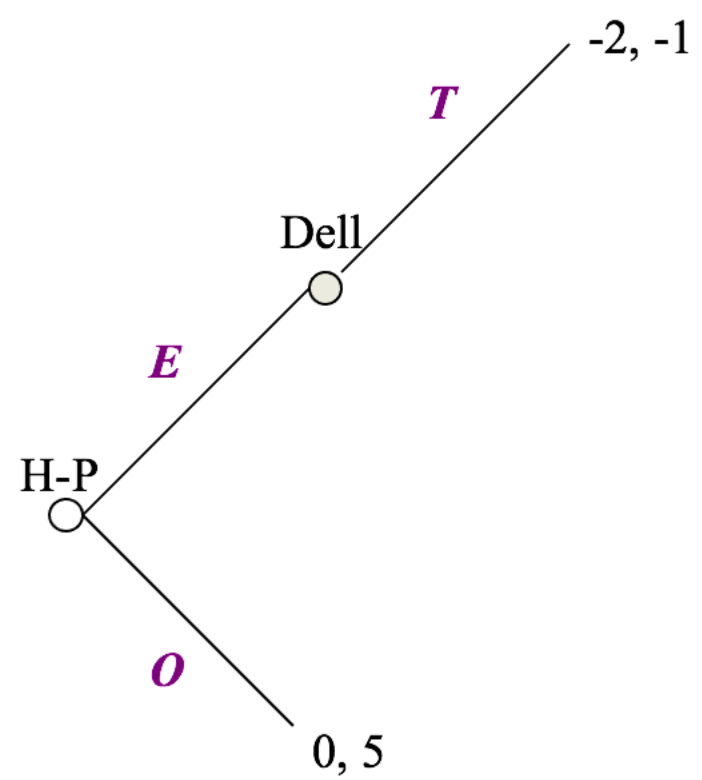
		Dell	
		T	*A*
H-P	*E*	-2, -1	1, 2
	O	0, 5	0, 5

		Dell	
		T	*A*
H-P	*E*	-2, -1	1, 2
	O	~~0, 5~~	0, 5

Sila záväzku

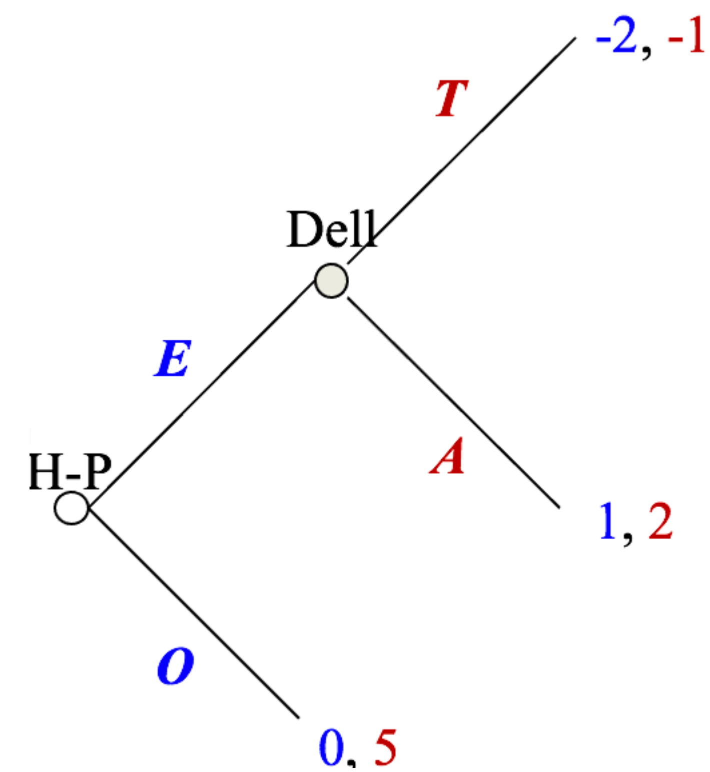
- Vyššie uvedený príklad ukazuje predpoklad, kedy sa na začiatku hry monopolista (Dell) nemôže zaviazať bojovať, ak na trh vstúpi vyzývateľ.
- V tomto prípade si môžete vybrať buď T alebo A.
- Ak by sa ale Dell zaviazal bojovať v prípade vstupu, hra by bola úplne iná.
- Ak sa spoločnosť Dell zaviaže bojovať po vstupe H-P na trh, racionálne je pre H-P zostať mimo. Menej (možností) tak môže znamenať viac (odmeny)!

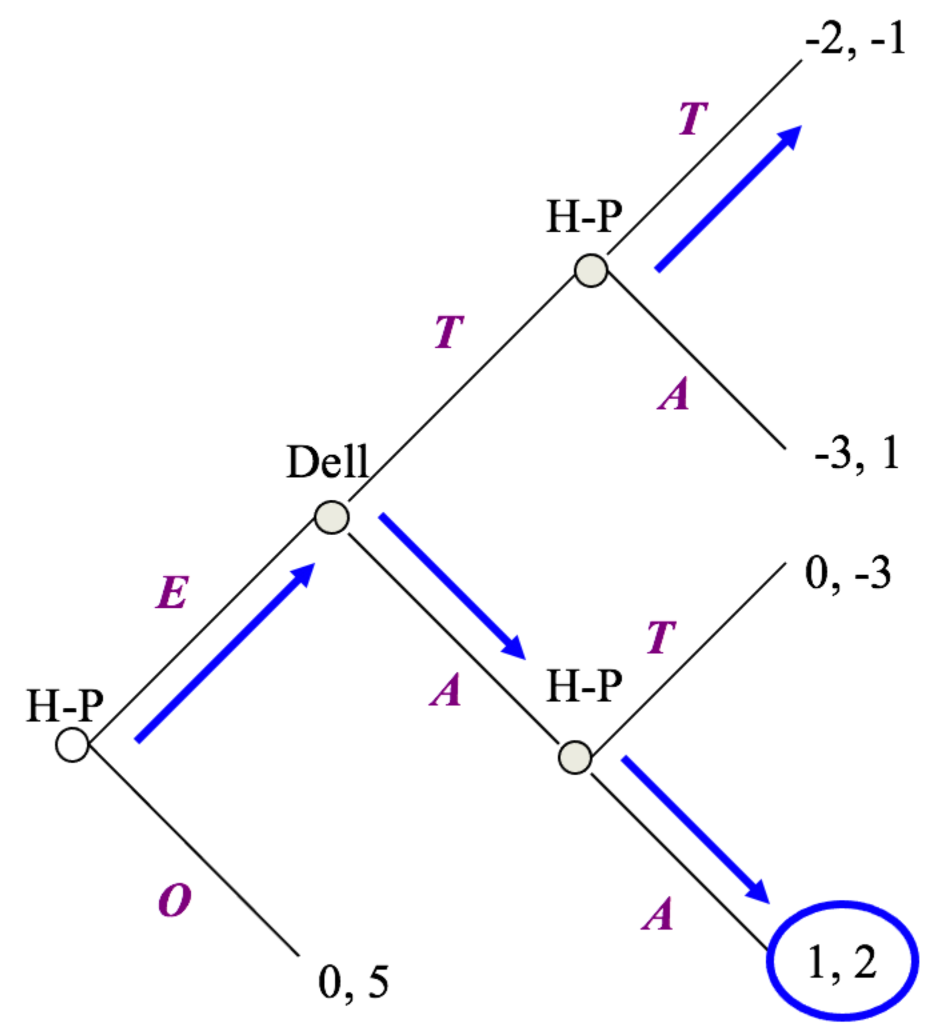




Spätná indukcia

- Vyriešte hru pomocou spätnej indukcie, aby ste eliminovali nedôveryhodné hrozby.
- Každý hráč robí optimálne rozhodnutia v každej fáze.
- Nashova rovnováha: (EAA) s výplatou (1, 2)





Centipede game

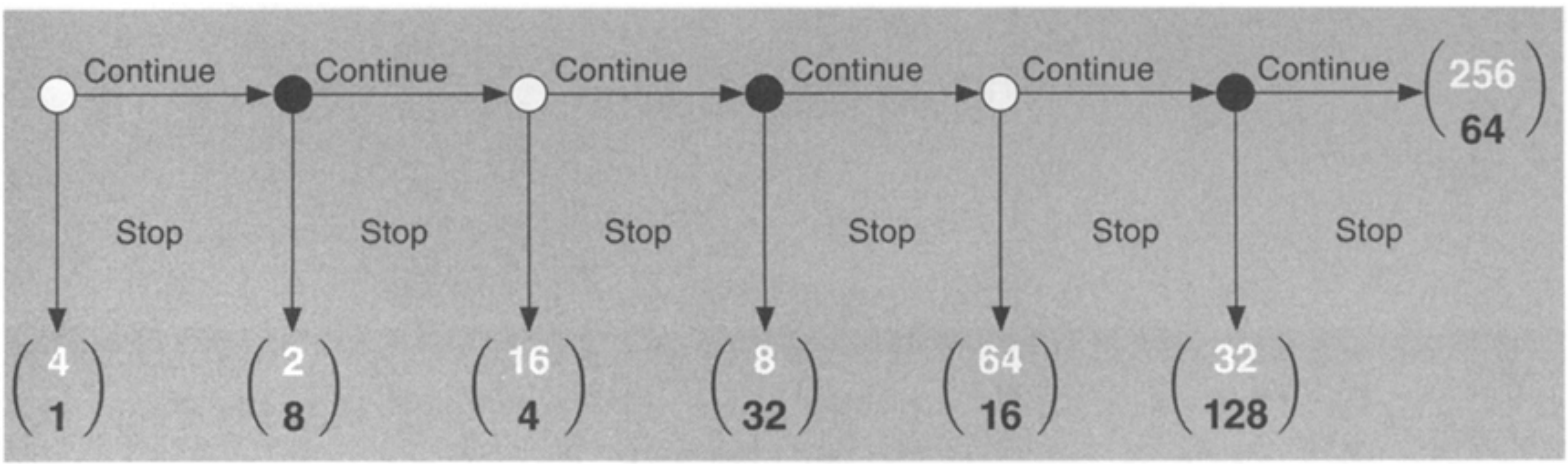


FIGURE 1. A CENTIPEDE GAME

Centipede game

- Empirické dôkazy získané v priebehu niekoľkých desaťročí z viacerých experimentálnych laboratórnych štúdií dokumentujú systematické odchýlky od očakávanej stratégie spätnej indukcie v rôznych hrách. Tieto štúdie často predpokladajú, že to, prečo sa v laboratóriu zriedkavo pozoruje rovnovážny výsledok, môžu vysvetliť napríklad spoločenské preferencie, obmedzené znalosti alebo jednoducho zlyhanie uvažovania princípom spätnej indukcie.

- Štúdia Palacios-Huerta a Volij (2009) sa od ostatných štúdií líši tým, že autori namiesto študentov využívajú ako účastníkov ľudí, ktorí majú pravdepodobne vysoký stupeň racionality a veľkú časť svojho života venujú hľadaniu optimálnych stratégií pomocou spätnej indukcie: hráčov šachu. Šachisti princípy spätnej indukcie chápu veľmi dobre. To z nich robí ideálnych účastníkov na skúmanie toho, do akej miery znalosť racionality súpera vplýva na výsledok hry.

- Rovnovážny výsledok klasickej centipede (stonožka) game je pomerne neintuitívny a študenti ho nehrajú často. Avšak, keď hrajú proti sebe šachisti, výsledok je veľmi blízky rovnovážnej predpovedi. Viac ako 70 % hier sa končí v prvom uzle hry a každý šachista plne konverguje k rovnovážnej hre do piateho opakovania.

- Zároveň, ak študenti hrajú proti šachistom, výsledok je oveľa bližšie k rovnováhe, ako keď študenti hrajú proti študentom. Tieto výsledky neskôr potvrdili Gil a Prowse (2016), ktorí zistili, že kognitívne zdatnejší študenti pri opakovaných strategických interakciách častejšie konvergujú k rovnovážnej hre a pozitívne reagujú na kognitívne schopnosti svojich súperov. To nám hovorí, že predikčná sila rovnováhy závisí najmä od znalosti racionality hráčov, a nie od altruizmu alebo sociálnych preferencií.

Výhoda prvého ťahu

- Futbalové penaltové rozstrely nie sú lotériou 50 na 50. Je to skôr lotéria v pomere 60 ku 40. Poradie, v ktorom sú penalty realizované, je veľmi dôležitým faktorom, ktorý rozhoduje o víťazstve, a tím, ktorý kope ako prvý, má značnú výhodu. Tomuto tímu je náhodne daná väčšia šanca, že bude v rozstrele viesť, a zdá sa, že táto asymetria medzi prvým a druhým ťahom spôsobuje psychologické rozdiely, ktoré ovplyvňujú výkon. Zaujímavé je, že futbalisti si tento efekt zvyčajne uvedomujú a racionálne naň reagujú tým, že sa zvyčajne rozhodnú kopať ako prví, keď majú možnosť vybrať si.

- Podobné výsledky platia aj pre šach. Pozorované frekvencie výhry sú opäť približne 60-40 v prospech hráča, ktorý má biele figúrky v prvej hre.

- Zaujímavé je, že opak platí pre nájazdy v ľadovom hokeji, kde je frekvencia skórovania skôr nízka (približne 33 %). Pri hokeji sa dá na brankára pozerať ako na toho, kto "ťahá" (a teda "skóruje", keď chytí nájazd). A skutočne, existuje štatistická výhoda pre tím, ktorého brankár ide ako prvý v poradí.

- Na zmierenie nespravodlivosti môžeme namiesto tradičnej postupnosti ABAB použiť postupnosť ABBA, ako je to napríklad v tenisových tie-breakoch, kde nepozorujeme výhodu prvého (a ani druhého) ťahu. Na niektorých futbalových turnajoch v Anglicku sa postupnosť ABBA naozaj použila. V 36 takýchto rozstreloch zvíťazil tím A 18-krát a tím B 18-krát. To znamená, že postupnosť ABBA vytvorila spravodlivejší a vyrovnanejší výsledok - frekvencia víťazstva medzi tímom A a tímom B sa priblížila k 50-50 namiesto 60-40, dokonca v tejto vzorke bola presne 50:50, čo je ex-post dokonale spravodlivý výsledok.

- https://www.youtube.com/watch?v=S0qjK3TWZE8